مسائل القيم الحدية الكسرية غير الخطية التي تشمل المشتقات والتكاملات المعممة

مقدمة من: مديحه بنت مبروك الغانمي

بإشراف : أ. د. أحمد الصاعدي و أ. د. بشير أحمد

المستخلص

درسنا في هذه الرسالة بعض المسائل الجديدة للقيمة الابتدائية–الحدية غير المحلية للمعادلات التفاضلية، والاحتوائية التفاضلية والأنظمة المقترنة التي تحوي المشتق الكسري المعمم والمشتق من نوع كابوتو الكسري المعمم والمزودة بأنواع مختلفة من الشروط الحدية. الباب الأول يحوي المفاهيم الأساسية للحساب الكسري ونظريات النقطة الثابتة. في الباب الثاني، نحصل على الشروط الكافية لوحدوية الحلول لمسألة القيمة الحدية للمعادلات التفاضلية الكسرية التي تنطوي على مشتق كسري معمم والمزودة بشروط حدية تحوي تكامل Stieltjes والتكامل الكسري المعمم. يتناول الفصل الثالث وجود حلول للمعادلات التفاضلية الكسرية المعممة والاحتوائية المتممة بشروط حدية تحوى التكامل الكسري المعمم. استخدمنا نظريات النقطة الثابتة القياسية لدوال وحيدة القيم ومتعددة القيم للحصول على النتائج المرجوة. في الباب الرابع، ندرس مسألة ابتدائية–تكاملية كسرية جديدة تتضمن المشتق من نوع كابوتو الكسري المعمم وتكامل من نوع Steiltjes الكسري. يتم الحصول على الحلول القصوى للمسألة المعطاة بالطريقة التكرارية الرتيبة. كما نحصل على الشروط الكافية لضمان وجود حلول المسألة الابتدائية المعطاة. ثم ننتقل لدراسة الاحتوائية التفاضلية الكسرية المتضمنة المشتق من نوع كابوتو الكسري المعمم وتكامل من نوع Steiltjes الكسري في الشروط الابتدائية. في الجزء الأول من الباب الخامس، نحقق شروط وجود ووحدوية حلول المعادلات التفاضلية الكسرية المندفعة غير الخطية متعددة الرتب ذات المشتق من نوع كابوتو الكسري المعمم والمزودة بشروط ابتدائية تكاملية غير محلية تنطوي على تكامل كسري معمم. الحلول القصوى للمسألة المعطاة يتم استعراضها أيضاً. يتناول الجزء الثاني من الباب الخامس المعادلات التفاضلية الكسرية المندفعة غير الخطية متعددة الرتب ذات االمشتق من نوع كابوتو الكسري المعمم مع تأثير تأخير لانهائي عليها وشروط القيمة الابتدائية التكاملية الكسرية غير المحلية. يعني الباب السادس بدراسة معادلة لانجفان غير الخطية ذات المؤثرات التفاضلية من نوع كابوتو الكسري المعمم برتب مختلفة، مزودة بشروط حدية غير محلية تتضمن تكامل كسري معمم. حالة دوال القيم المتعددة لهذه المسألة والمتضمنة الدوال المحدبة وغير المحدبة يتم مناقشتها أيضاً. في الباب الأخير نقدم ونحقق نظام مقترن جديد من معادلات تفاضلية كسرية، تحوي مؤثرات تفاضلية مختلطة (كابوتو و ريمان–ليوفيل) كسرية معممة، مرتبط بشروط حدية تكاملية مقترنة. تم نشر محتويات كل من الباب الثاني، الثالث، الرابع، الخامس، والسادس في مجلات SCI، بينما نتائج الباب السابع "قيد المراجعة" للنشر.

Fractional-order boundary value problems involving generalized derivatives and integrals

By: Madeaha Mabrouk Alghanmi

Supervised By: Prof. Dr. Ahmed Alsaedi and Prof. Dr. Bashir Ahmad

Abstract

In this thesis, we have studied some new nonlocal initial-boundary value problems of generalized and Caputo-type generalized fractional differential equations, inclusions and coupled systems supplemented with different kinds of boundary conditions.

Chapter 1 contains preliminary concepts of fractional calculus and fixed point theory. In Chapter 2, we obtain the sufficient conditions for the uniqueness of solutions for a boundary value problem of fractional differential equations involving generalized fractional derivative, and Stieltjes and generalized fractional integral boundary conditions. Chapter 3 deals with the existence of solutions for generalized fractional differential equations and inclusions complemented with generalized fractional integral boundary conditions. We make use of the standard fixed point theorems for single-valued and multivalued maps to obtain the desired results. In Chapter 4, we study a new fractional-order integro-initial value problem involving a Caputo-type generalized fractional derivative and Steiltjes type fractional integral. Extremal solutions for the given problem are obtained by applying monotone iterative technique. Sufficient conditions ensuring the existence of solutions for the given problem are also obtained. Then we switch onto the study of Caputo-type generalized fractional differential inclusions with Steiltjes-type fractional initial conditions. In the first part of Chapter 5, we investigate the existence and uniqueness of solutions for nonlinear impulsive multi-order Caputo-type generalized fractional differential equations supplemented with nonlocal integro-initial value conditions involving generalized fractional integrals. Extremal solutions for the given problem are also presented. The second part of Chapter 5 deals with a nonlinear impulsive multi-order Caputo-type generalized fractional differential equation with infinite delay and nonlocal generalized integro-initial value conditions. Chapter 6 is concerned with the study of a nonlinear Langevin fractional differential equation involving Caputo-type generalized fractional differential operators of different orders and equipped with nonlocal generalized integral boundary conditions. The multivalued case of this problem for convex and non-convex valued maps is also discussed. In the last Chapter, we introduce and investigate a new coupled system of mixed Caputo and Riemann-Liouville generalized fractional differential equations subject to coupled integral boundary conditions.

The contents of Chapter 2, 3, 4, 5 and 6 have been published in SCI Journals, while the results presented in Chapter 7 are "Under Review".